

BGR-1 A-1 C

BGR-1 A-1 C Margulan Erlanovich Ismoldayev

Data Analysis

Data Analysis 1: Scaling Relations

Cover sheet

Please return this cover sheet together with all the related question sheets.

Data Analysis 1: Scaling Relations (75 points)

Please read the general instructions in the separate envelope before you start this problem.

Spiral galaxies are disk-like rotating structures, whose dynamical state is fairly grasped by the so-called rotation curves, quantifying the mean rotational velocity of the disk at different distances from the center (see Figure 1, curve B). An interesting feature is the flat region of the curve, which is attributed to the presence of dark matter. Without it, rotation velocities would drop steadily at large radii from the center, as depicted in curve A.

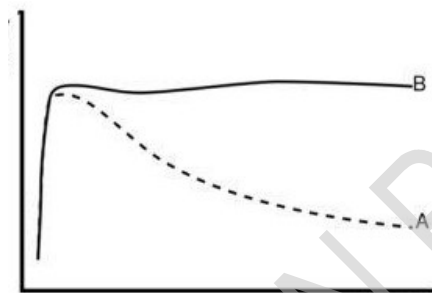


Figure 1: Rotation curves. Circular velocity (Y-axis) vs Radius (X-axis)

In disk galaxies a strong correlation has been observed between the intrinsic luminosity of the whole galaxy and the asymptotic rotational velocity (as given by the rotation curve for the outer edge of the galaxy i.e. R_{\max}), a result that is known as the Tully-Fisher relation. This relation also holds if you use the luminosity in a specific band. This is shown on Figure 2 for a number of galaxies in a galaxy cluster. Every dot is a galaxy, and the solid line is the best-fit linear relation between absolute magnitude in K band and $\log_{10}(V_{\max})$ for the whole sample.

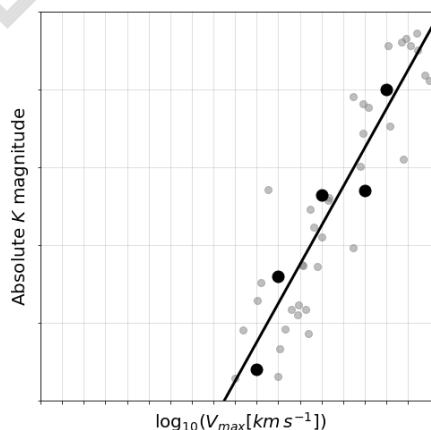


Figure 2: Absolute magnitude in K band vs $\log_{10}(V_{\max}[km s^{-1}])$. Tully-Fisher relation for several galaxies. Every dot represents a galaxy. The dark points are five selected galaxies, for which we will provide some numbers in part 1.2.

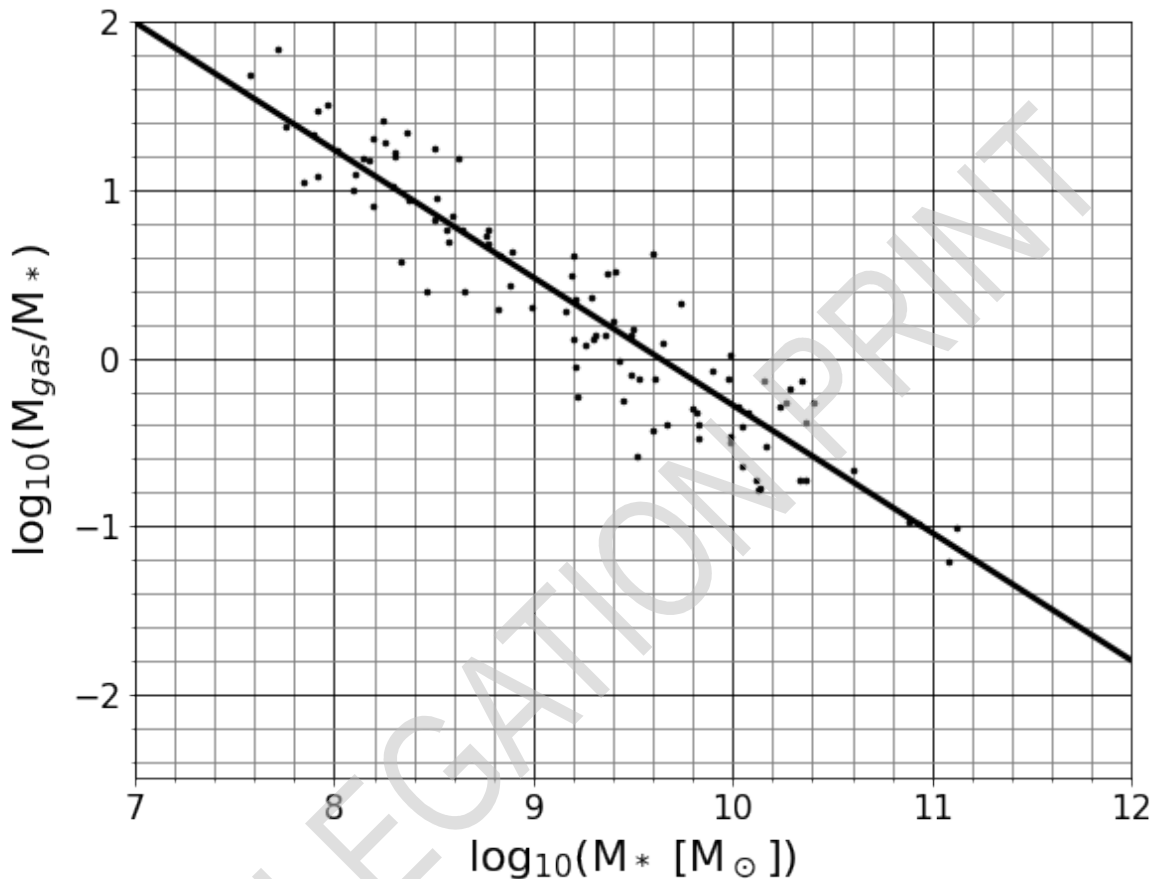


Figure 3: Gas fraction vs stellar mass.

Another interesting trend is shown in Figure 3: disks with larger stellar masses (M_*) tend to have smaller gas fractions (M_{gas}/M_*).

In the following questions you will be asked to extract physical information about the galaxies using the scaling relations just introduced. Consider the following guidelines:

- Assume that V_{max} was measured at the same radius for all galaxies (R_{max}), in the flat part of the rotation curves and well beyond the end of the stellar disk.
- Use M_{dm} for the dark matter mass up to R_{max} and M_{tot} for the sum of all components (gas, stars and dark matter)
- Assume that all galaxies have identical stellar populations¹, and assume that the gaseous component does not interact with the stellar light. .
- The galaxy cluster is far away. Its distance is much larger than the cluster size.
- In spherically-symmetric mass distributions, to infer the gravitational effect on a particle at distance r from the center, it suffices to consider the total mass enclosed up to that radius $M(\leq r)$ as if it were placed at the very center of the distribution.

¹The term stellar population refers to the type of stars that are present in a galaxy, and the relative amount of each type with respect to the total number of stars.

Part 1 (20 points).

1.1 From an analysis of Figure 3, find the appropriate constants in the following relation: $M_{gas} = a \times M_*^b$ 5.0pt

$$a = ?$$

$$b = ?$$

1.2 In the plot of the Tully-Fisher relation there are 5 highlighted points. Data for these 5 galaxies is given in the following table. Use this dataset to find the appropriate constants for TF relation presented below the table, by means of a linear fit using the method of least squares. 15.0pt

Note: Treat $\log_{10}(V_{max})$ as the x variable and K as the y variable in the linear fit.

$V_{max}[km/s]$	$K[mag]$
79.4	-16.8
100.1	-19.2
158.5	-21.3
251.2	-21.4
316.2	-24.0

$$K = c \times \log_{10}(V_{max}) + d$$

$$c = ?$$

$$d = ?$$

Part 2 (16 points).

For two galaxies, G1 and G2, in the cluster, the recorded *apparent* magnitudes are:

$$k_1 = 19.2 \quad ; \quad k_2 = 25.2$$

Using this information and the relations calibrated in Part 1 find the correct exponents in the following equations:

2.1 6.0pt

$$\frac{M_{*1}}{M_{*2}} = 10^e \quad ; \quad e = ?$$

2.2

$$\frac{M_{gas1}}{M_{gas2}} = 10^f \quad ; \quad f = ?$$

4.0pt

2.3

$$\frac{M_{tot1}}{M_{tot2}} = 10^g \quad ; \quad g = ?$$

6.0pt

Part 3 (15 points).

3.1

15.0pt

Galaxy	Apparent magnitude k	$M_{gas}[M_{\odot}]$	$M_{*}[M_{\odot}]$	$M_{dm}[M_{\odot}]$	$M_{tot}[M_{\odot}]$
G_1	19.2				4.39×10^{11}

Fill in the missing values in the table using the fact that for galaxy G_1 , the dark-to-baryonic mass ratio up to R_{\max} is 6.82.

Part 4 (24 points).

4.1

Consider a systematic uncertainty of $\sigma_{sys} = \pm 0.2$ in each apparent magnitude due to CCD calibration errors. Then k_1 must be read as $k_1 = 19.2 \pm 0.2$, i.e., the only thing we know is that k_1 most likely lies in the interval $[19.0, 19.4]$. The same goes for k_2 .
Recalculate the exponent in the scaling relation $\frac{M_{*1}}{M_{*2}} = 10^e$ (found in 2.1), expressing e as an interval estimated by considering the extreme possible variations in k_1 and k_2 .

4.0pt

$$e \in [?, ?]$$

- 4.2** Now we consider that there is always a natural spread of the data around any relation. For instance, for a given value of the K magnitude the TF relation gives a single value of $\log_{10}(V_{\max})$, but it would be more realistic to report an interval of plausible values, derived from the natural spread of the data around the mean TF relation. We call this the statistical uncertainty, σ_{stat} . Estimate the statistical uncertainty if $\log_{10}(V_{\max})$ is inferred from K using the TF relation from question 1.2. For this, consider for each point the difference between the value of $\log_{10}(V_{\max})$ estimated from K using your linear fit and the actual measurement of $\log_{10}(V_{\max})$, and take σ_{stat} as two times the root mean square (RMS) of these differences[†]. 10.0pt

$$\sigma_{stat} = ?$$

[†]The RMS of a set of values is the square root of the arithmetic mean of the squares of those values.

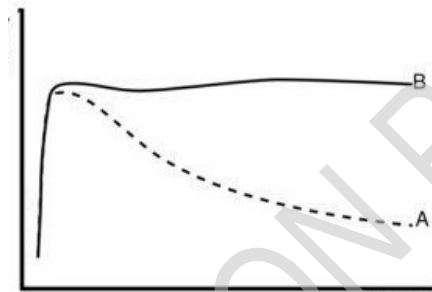
- 4.3** Recalculate the exponent in the scaling relation $\frac{M_{tot1}}{M_{tot2}} = 10^g$, expressing g as an interval estimated by considering the extreme possible variations arising from both the systematic and statistical uncertainties: 10.0pt

$$g \in [?, ?]$$

Data Analysis 1: Мащабни зависимости (75 точки)

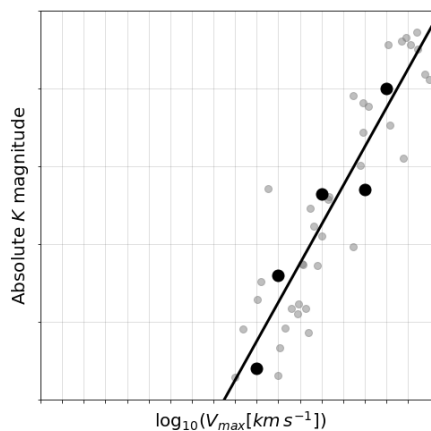
Моля, прочетете общите инструкции, които са в отделен плик, преди да започнете да работите по тази задача.

Спиралните галактики са дисковидни въртящи се структури, чието динамично състояние може да бъде разбрано, използвайки т.нар. криви на въртене, които представят количествено линейната скорост на въртене на диска различни разстояния от центъра му (виж Фигура 1, крива B). Интересно свойство е плоският участък на кривата, който се дължи на наличието на тъмна материя. Ако нея я нямаше, скоростите на въртене щяха да спадат значително на големи разстояния от центъра, както е показано на крива A.

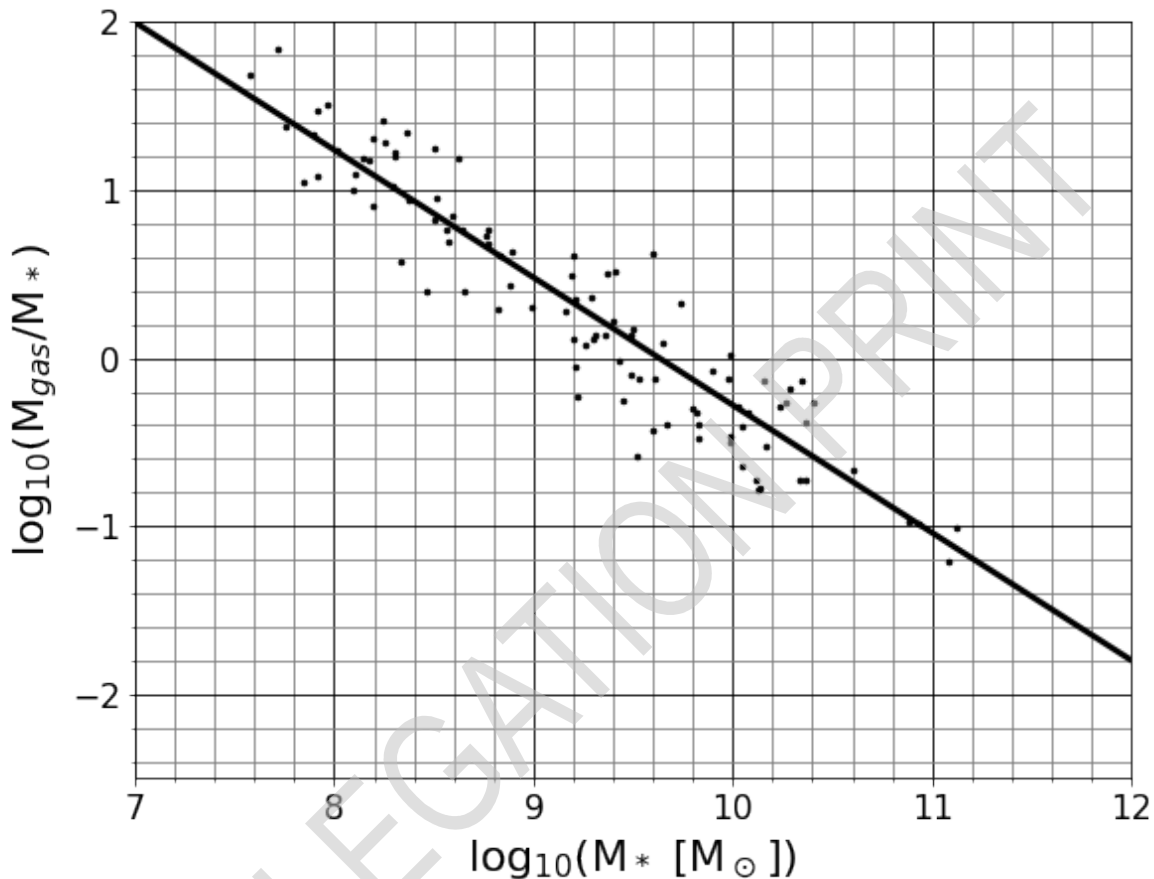


Фиг. 1 Крива на въртене. Кръгова скорост (ос Oy) като функция на разстоянието (ос Ox)

При дисковите галактики е наблюдавана зависимост между светимостта на цялата галактика и асимптотичната скорост на въртене (това е линейната скорост на въртене в края на галактиката, т.е. v_{\max}) и тази връзка е известна като зависимост на Тули-Фишер. Тази зависимост за някакъв брой галактики от един куп е показана на Фиг. 2. Всяка точка представя една галактика, а плътната линия представя най-добрата линейна зависимост между абсолютната звездна величина във филтър K и $\log_{10}(v_{\max})$ за цялата извадка от галактики.



Фиг 2: Абсолютна звезда величина във филтър K като функция на $\log_{10}(v_{\max} [km s^{-1}])$. Закон на Тули-Фишер за няколко галактики. Всяка точка представлява една галактика. Потъмнените точки са пет избрани галактики, за които ще представим някои числени стойности в част 1.2



Фиг. 3 Относителен дял на масата на газа, разделена на масата на звездите в галактиката като функция на масата на звездите

Една друга интересна зависимост е показана на Фиг. 3: дисковете, в които масата на звездите (M_*) е по-голяма, имат по-малък относителен дял газ (M_{gas}/M_*).

В тази задача, Вие ще трябва да получите физическа информация за галактиките, използвайки зависимостите, които току-що бяха въведени. Използвайте следните напътствия:

- Приемете, че V_{max} се измерва на едно и също разстояние от центъра за всички галактики (R_{max}), в плоската част на кривата на въртене и достатъчно далеч от края на диска.
- Използвайте означението M_{dm} за масата на тъмната материя, събрана в радиус R_{max} и M_{tot} за сумарната маса на всички компоненти (газ, звезди и тъмна материя).
- Приемете, че всички галактики имат еднакви звездни населения¹, а също така приемете, че газовата компонента не взаимодейства със звездната светлина.
- Купът от галактики се намира много далеч. Разстоянието до него е много по-голямо от неговия размер.
- Когато разглеждаме обекти със сферично-симетрично разпределение на маса, за да се намери гравитационното въздействие на частица, намираща се на разстояние r от центъра

трябва да се отчита само масата $M(\leq r)$, която е затворена в радиус, по-малък от r , така сякаш тя е събрана в самия център на обекта.

DELEGATION PRINT

¹ Терминът звездно население се отнася до относителния брой на всеки тип звезди към общия брой на звездите в галактиката.

Част 1 (20 точки).

1.1 Анализирайки фигурата, намерете подходящите константи в зависимост- 5.0pt
та: $M_{gas} = a \times M_*^b$

$a = ?$

$b = ?$

- 1.2 На графиката, която показва закона на Тули-Фишер има 5 удебелени точки. Данните за тези галактики са дадени в следващата таблица. Използвайте тези данни, за да намерите съответните константи в закона на Тули-Фишер, които са представени в таблицата по-долу, използвайки линейна функция, чрез метода на най-малките квадрати. 15.0pt
- Бележка:** По хоризонталната ос начертайте $\log_{10}(V_{\max})$, а по вертикалната, като линейна функция от нея - звездната величина във филтър K .

$V_{\max}[km/s]$	$K[mag]$
79.4	-16.8
100.1	-19.2
158.5	-21.3
251.2	-21.4
316.2	-24.0

$$K = c \times \log_{10}(V_{\max}) + d$$

$$c = ?$$

$$d = ?$$

Част 2 (16 точки).

За две от галактиките в купа, G1 и G2, измерените *видими* звездни величини са:

$$k_1 = 19.2 \quad ; \quad k_2 = 25.2$$

Използвайки тази информация и калибровъчните зависимости от Част 1, намерете точните степени в следните уравнения:

2.1

$$\frac{M_{*1}}{M_{*2}} = 10^e \quad ; \quad e = ?$$

6.0pt

2.2

$$\frac{M_{gas1}}{M_{gas2}} = 10^f \quad ; \quad f = ?$$

4.0pt

2.3

$$\frac{M_{tot1}}{M_{tot2}} = 10^g \quad ; \quad g = ?$$

6.0pt

Част 3 (15 точки).

3.1

15.0pt

Галактика	Видима звездна величина k	$M_{gas}[M_{\odot}]$	$M_{*}[M_{\odot}]$	$M_{dm}[M_{\odot}]$	$M_{tot}[M_{\odot}]$
G_1	19.2				4.39×10^{11}

Попълнете липсващите стойности в таблицата използвайки, че за галактиката G_1 , съотношението на тъмна към барионна маса в рамките на R_{max} е 6.82.

Част 4 (24 точки).

4.1

Приемете постоянната неопределеност $\sigma_{sys} = \pm 0.2$ за всяка една видима звездна величина, поради неточностите в калибровката на CCD камерата. Следователно k_1 трябва да се чете като $k_1 = 19.2 \pm 0.2$, т.е. единственото нещо, което знаем е, че k_1 най-вероятно принадлежи на интервала $[19.0, 19.4]$. Същото се отнася и за k_2 . Пресметнете още веднъж степения показател в мащабната зависимост $\frac{M_{*1}}{M_{*2}} = 10^e$ (получено в 2.1) изразявайки e като интервал, чиито граници се определят от крайните възможни стойности за k_1 и k_2 .

4.0pt

$$e \in [?, ?]$$

4.2

Сега ще разгледаме естественото разсейване на данните около някаква зависимост. Например, за дадена стойност на звездната величина във филтър K , зависимостта на Тули-Фишер дава една стойност за $\log_{10}(V_{max})$, но всъщност би било по-реалистично, ако се зададе интервал от правдоподобни стойности, който се получава от естественото разсейване на данните около зависимостта на Тули-Фишер. Ще наричаме този интервал статистическа неопределеност σ_{stat} . Оценете статистическата неопределеност, ако $\log_{10}(V_{max})$ се получава от звездната величина във филтър K , чрез зависимостта на Тули-Фишер от точка 1.2. За тази цел, измерете разликата между стойността на $\log_{10}(V_{max})$ оценена от звездната величина във филтър K , използвайки линейната зависимост и истинското измерване за $\log_{10}(V_{max})$. Приемете, че σ_{stat} е равна на удвоената стойност на средното квадратично (RMS) на тези разлики[†].

10.0pt

$$\sigma_{stat} = ?$$

[†] Средноквадратичното на набор от данни е корен квадратен от средното аритметично на квадратите на тези данни.

- 4.3 Пресметнете още веднъж степента в зависимостта $\frac{M_{tot1}}{M_{tot2}} = 10^g$, изразявайки g като интервал, чиято големина може да се оцени като се отчетат постоянната и статистическата неопределеност. 10.0pt

$$g \in [?, ?]$$

DELEGATION PRINT

Data Analysis 1: Scaling Relations (75 points)

Part 1 (20 points).

1.1 (5.0 pt)

$a =$

$b =$

1.2 (15.0 pt)

$c =$

$d =$

Part 2 (16 points).

2.1 (6.0 pt)

$e =$

2.2 (4.0 pt)

$f =$

2.3 (6.0 pt)

$g =$

Part 3 (15 points).

3.1 (15.0 pt)

Galaxy	Apparent magnitude k	$M_{gas} [M_{\odot}]$	$M_{*} [M_{\odot}]$	$M_{dm} [M_{\odot}]$	$M_{tot} [M_{\odot}]$
G_1	19.2				4.39×10^{11}

DELEGATION PRINT

Data Analysis



BGR-1 A-1 A-3

A1-3

English (Official)

Part 4 (24 points).

4.1 (4.0 pt)

$$e \in [\quad , \quad]$$

4.2 (10.0 pt)

$$\sigma_{stat} =$$

4.3 (10.0 pt)

$$g \in [\quad , \quad]$$

DELEGATION PRINT

Data Analysis



BGR-1 A-1 W-1

W1-1

DELEGATION PRINT

Data Analysis



BGR-1 A-1 W-2

W1-2

DELEGATION PRINT



DELEGATION PRINT

Data Analysis



BGR-1 A-1 W-4

W1-4

DELEGATION PRINT

Data Analysis



BGR-1 A-1 W-5

W1-5

DELEGATION PRINT



DELEGATION PRINT

Data Analysis



BGR-1 A-1 W-7

W1-7

DELEGATION PRINT

Data Analysis



BGR-1 A-1 W-8

W1-8

DELEGATION PRINT



DELEGATION PRINT

Data Analysis



BGR-1 A-1 W-10

W1-10

DELEGATION PRINT

Data Analysis



BGR-1 A-1 W-11

W1-11

DELEGATION PRINT

Data Analysis



BGR-1 A-1 W-12

W1-12

DELEGATION PRINT



DELEGATION PRINT

Data Analysis



BGR-1 A-1 W-14

W1-14

DELEGATION PRINT

Data Analysis



BGR-1 A-1 W-15

W1-15

DELEGATION PRINT